DISEÑO DE UN OBSERVADOR DE ESTADO EN UN BIOPROCESO PARA LA PRODUCCIÓN DE ETANOL

J. Barrientos, H. Botero
Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Medellín, Colombia (e-mail: jabarrientosg@unal.edu.co habotero@unal.edu.co).

Resumen: *En este artículo se presenta un procedimiento para llevar a cabo el análisis de observabilidad aplicado a un sistema cuyo modelo es no lineal, y tras es cual, garantizada la observabilidad del proceso, se propone el diseño de un observador de estados asintótico igualmente no lineal. Todo el análisis aquí presentado se hace desde los sistemas no lineales, ya que el caso estudiado representa un proceso por lotes, y este tipo de procesos generalmente no presentan puntos de operación fijos, por lo que resulta complicado llevar a cabo algún tipo de linealización.*

Palabras Clave: *Álgebra de Lie, Observabilidad, Observador asintótico, incertidumbre, modelo no lineal, bioproceso, proceso por lotes, fermentación alcohólica.*

1. INTRODUCCIÓN

En los diferentes procesos que se llevan a cabo en la industria, y en especial en los bioprocesos, existe un sinnúmero de variables que resulta casi imposible medir por diversos factores tales como el elevado costo de los sensores necesarios para realizar dichas mediciones, porque no existe algún sensor capaz de hacerlo, o simplemente porque los sensores existentes no son lo suficientemente confiables. Es por esto que surge la necesidad de obtener los valores de estas variables de una forma diferente, indirecta para ser más precisos (Botero y Álvarez 2009).

Debido a la dificultad que se tiene para medir variables en un biorreactor, existe la necesidad de recurrir al diseño de observadores de estado para obtener una estimación muy precisa del valor de dichas variables en todo momento. Pero antes de pensar en diseñar cualquier tipo de observador de estado se debe verificar la observabilidad, propiedad inherente a todo sistema, y la cual se define como la posibilidad que tiene un sistema para que solo midiendo algunos de sus estados se le pueda hacer una estimación de los demás.

La observabilidad es fácilmente verificable cuando se tiene un sistema lineal, pero cuando se está ante un modelo no lineal se debe tener un criterio más general ya que no se tienen matrices de constantes que describan el sistema y faciliten su análisis. (Kheir 1996).

Generalmente cuando se habla de bioprocesos que además son procesos por lotes, se hace importante el diseño de observadores, ya que estos procesos tienen asociadas muchas dinámicas que generalmente son complicadas de medir, tales como la concentración de microorganismos en el biorreactor (también conocido como biomasa), pues este tipo de mediciones requieren sensores biológicos y esta es una tecnología que aún no se encuentra muy desarrollada (Farza 1997). Por lo anterior, varios autores han propuesto diversas soluciones para llevar a cabo la estimación de biomasa, como por ejemplo mediante el uso de regresiones Bayesianas con un proceso Gaussiano, (Sciascio and Amicarelli 2008) que es una técnica con buenos resultados.

Además de la dificultad para realizar mediciones, los bioprocesos presentan otro inconveniente, y es el gran desconocimiento que aún se tiene sobre el metabolismo de los microorganismos

que llevan a cabo la fermentación, metabolismo que va asociado a la cinética de reacción (Farza 1997). Por este desconocimiento es que desde hace algunas décadas han venido apareciendo diferentes técnicas, no sólo para hacer la estimación del estado, sino también para estimar parámetros como la cinética de reacción. Se han propuesto estimadores paramétricos basados en observadores, que apoyados en la estructura de un observador clásico de lazo cerrado (*i.e*, poseen un factor de corrección) logran estimar estas cinéticas de reacción sin necesidad de conocer bien su estructura (Perrier et al. 1999)

En este trabajo se muestra que en ocasiones cuando se cuenta con un modelo adecuado, es posible implementar soluciones sencillas para la estimación de biomasa mediante la utilización de algunas transformaciones y variables auxiliares que permiten desligar por completo la estimación del estado de la cinética de reacción, (Dochain 2003) que es uno de los parámetros más críticos en lo que a bioprocesos se refiere. Se muestra que se logró una buena estimación con un observador asintótico, que tiene la particularidad de ser un observador en lazo abierto, pero que no obstante presenta un buen desempeño para el caso de estudio.

El artículo está organizado de la siguiente forma: en la segunda sección se presenta la descripción del bioproceso y algunas generalidades del modelo; en la tercera sección se presenta el respectivo análisis de observabilidad que se hace del modelo; en la cuarta sección se propone todo el diseño del observador como tal; en la quinta sección se muestran algunos resultados obtenidos a partir de algunas simulaciones; y finalmente, en la sexta sección se presentan las respectivas conclusiones.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO Y GENERALIDADES DEL MODELO

2.1. Definiciones previas

En un bioproceso existen cuatro variables fundamentales y ciertos parámetros que por lo general se deben tener en cuenta: la biomasa o microorganismo, **X**; sustrato o alimento del microorganismo, **S** (para este caso glucosa); producto o lo que produce el microorganismo como resultado de alimentarse, **P** (para este caso etanol); y finalmente la temperatura **T**, asociada al calor que se libera por la simple interacción del microorganismo con su medio. Aunque en muchos bioprocesos también es importante considerar las variaciones de pH y CO_2 dentro del reactor.

2.2. Descripción del bioproceso

Un bioproceso consiste en el uso de materiales biológicos como microorganismos, células o enzimas sometidos a una serie de procedimientos y condiciones para sintetizar productos con características muy específicas (Arcila 2010).

La síntesis de estos productos se lleva a cabo generalmente en biorreactores debidamente adecuados, en los cuales se deben garantizar unas determinadas condiciones de vida para que el microorganismo pueda sobrevivir y reproducirse; como por ejemplo condiciones de pH, de temperatura, cantidad de producto y sustrato iniciales, tasa de crecimiento entre otros.

En el caso de estudio que aquí se presenta se tiene un sistema gobernado básicamente por cuatro dinámicas que son: la biomasa, el producto, el sustrato y la temperatura dentro del reactor; y sin entrar en rigurosidades del sistema de control, se tiene entonces que el objetivo es producir etanol a partir de la fermentación por medio de levaduras que para este caso son del tipo *Saccharomyces Cerevisiae*.

Debido a que el proceso con levaduras pasa por varias etapas, inicialmente se debe disponer la levadura en el biorreactor con una mínima cantidad de etanol y el respectivo sustrato, para darle algo de tiempo al microorganismo de adaptarse al medio, y una vez adaptado comenzar el proceso de producción del etanol, tratando de garantizar en todo momento las condiciones necesarias para que las levaduras puedan crecer.

En la figura 1 se puede apreciar el esquema de la producción de etanol por medio de levaduras.

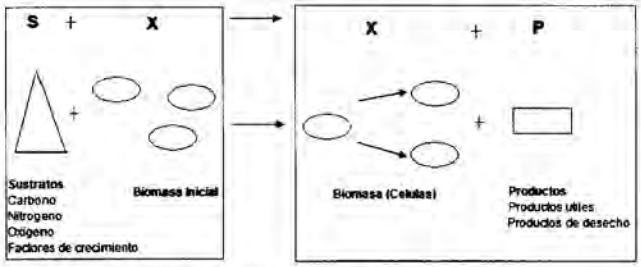


Figura 1. Esquema de producción de bioetanol

2.3. El modelo del bioproceso

Como se mencionó antes, en el bioproceso que se trabaja en este artículo se tienen cuatro dinámicas, y con base en ellas realizando los respectivos balances de masa y energía se obtiene el sistema mostrado en (1).

$$\dot{x}_1 = \mu x_1 - k_d x_1$$

$$\dot{x}_2 = \left(\frac{Y_{ps}}{Y_{xs}}\right)\mu \cdot x_1 - k_d \cdot x_2$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{(\mu - K_d)x_1}{Y_{xs}} - \frac{\gamma_P}{Y_{ps}} - K_m x_1$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{\rho C_p V}\left(\frac{V\mu x_1}{Y_\Delta} + F_j \rho_j C_{pj}(T_{oj} - x_4)\left(1 - e^{\frac{-UA_j}{F_j \rho_j C_{pj}}}\right)\right) \quad (1)$$

Dónde:

$$\mu = \mu_{\max}\frac{x_3}{k_s + x_3}e^{-k_i x_3}\cdot\left(1 - \frac{x_1}{x_{1\max}}\right)^m \cdot \left(1 - \frac{x_2}{x_{2\max}}\right)^n \quad (2)$$

En la tabla 1 se muestran cada uno de los parámetros y variables utilizados, así como su descripción:

Tabla 1. Variables y parámetros usados en el modelo

Símbolo	Descripción
F_j	Entrada del flujo refrigerante [m³/seg]
x_1	Concentración de Biomasa [Kg/m³]
x_2	Concentración de producto [Kg/m³]
x_3	Concentración de sustrato [Kg/m³]
x_4	Temperatura [°K]
μ	Velocidad específica de crecimiento [seg⁻¹]
k_d	Velocidad específica de muerte [seg⁻¹]
Y_{ps}	Rendimiento de producto por sustrato consumido [Kg Producto/Kg sustrato]
Y_{xs}	Rendimiento de biomasa por sustrato consumido [Kg célula/Kg Sustrato]
r_p	Velocidad de formación de producto [Kg/m³ seg]
k_m	Constante de mantenimiento de la célula [Kg Sustrato/Kg célula/seg]
ρ	Densidad [Kg/m³]
C_p	Calor específico [J/Kg°K]
V	Volumen del caldo fermentativo [m³]
Y_Δ	Rendimiento de calor por sustrato consumido [Kg célula/J]
ρ_j	Densidad del fluido térmico [kg/m³]
C_{pj}	Calor específico del fluido térmico [J/Kg°K]
T_{oj}	Temperatura de entrada del refrigerante [°K]
A_j	Área total para la transferencia de calor con el fondo del reactor [m²]
U	Coeficiente global de transferencia de calor [W/m²°K]
K_s	Constante de saturación de la célula [Kg/m³]
K_i	Constante de inhibición por sustrato [m³/ Kg]
n	Constante de inhibición asociada al producto
m	Constante de inhibición asociada a la biomasa
x_{1max}	Concentración máxima de Biomasa [Kg/m³]
x_{2max}	Concentración máxima de Producto [Kg/m³]
μ_{max}	Velocidad específica de crecimiento máxima [seg⁻¹]

Aunque se tiene una estructura para la cinética de reacción μ (Gómez *et al*. 2008), es de aclarar que esta es una aproximación con alto grado de incertidumbre por el desconocimiento que se tiene de la dinámica real de esta cinética, lo que a su vez le agrega también incertidumbre al modelo, y más aún cuando este parámetro μ aparece en todas las ecuaciones del modelo.

A continuación se muestra un análisis de observabilidad no-lineal para determinar cuáles son las variables que se deben medir para diseñar el observador de estados.

3. ANÁLISIS DE OBSERVABILIDAD

Antes de diseñar un observador de estados se

debe garantizar que el sistema sea observable, es decir, que existe un subconjunto de las variables totales tal que conociendo su valor en todo momento (*i.e* realizando su medición directa) se puede hacer la estimación de las demás variables del proceso. Cabe aclarar que un sistema podría llegar a cambiar su condición de observable si el conjunto de variables que se miden cambia.

3.1. Fundamentación teórica para el análisis de observabilidad.

Considérese el sistema no lineal mostrado en (3) y el sistema lineal mostrado en (4)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f(x(t),u(t)) \\ y &= h(x(t)) \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= Ax(t) \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \qquad (4)$$

El sistema (4) se obtiene al linealizar el sistema (3) alrededor de un punto de operación específico; y para probar que el sistema (4) es observable basta probar que la matriz de observabilidad mostrada en (5) tenga rango *n*, donde *n* es la dimensión del sistema (4) (Domínguez 2006)

:

$$obs = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \qquad (5)$$

Dado que las matrices A y C son constantes, la observabilidad para sistemas lineales como el mostrado en (4) es bastante sencilla de verificar, solo se debe tener en cuenta que si el punto de linealización cambia el sistema podría cambiar su condición de observable y por lo tanto, el análisis de observabilidad para el sistema (3) es solamente local.

A diferencia del caso anterior, cuando ya se está ante un proceso altamente no lineal y por lotes, resulta mucho más conveniente analizar observabilidad desde el sistema no lineal, debido a que no se cuenta con un punto de operación fijo, y por ello se usan las derivadas de Lie que a continuación se definen (Khier 1996).

Teniendo presente (3) una derivada de Lie se define como:

$$L_f h(x) = \left(\frac{\partial h(x)}{\partial x} \right) * f(x) \qquad (6)$$

Que se lee como la derivada de Lie de *h(x)*; y dado que se está trabajando de manera vectorial, la derivada de Lie queda definida como:

$$\mathbf{L_f h(x)} = \begin{pmatrix} L_f h_1(x) \\ \vdots \\ L_f h_m(x) \end{pmatrix} \qquad (7)$$

Donde *m* es el número de salidas del sistema

Sabiendo lo anterior se define entonces un espacio de observación como aparece en (8)

$$\vartheta = span[h(x), L^1{}_f h(x), \cdots, L_f{}^{(n-1)} h(x)] \qquad (8)$$

Donde $L_f{}^{(n-1)} h(x)$ es la derivada direccional de orden $(n-1)$ de *h(x)* a lo largo de *f(x)*

Así ϑ es el espacio generado por las *n-1* derivadas de Lie de la función de salida *h(x)*, y es llamado el espacio de observación siendo *n* la dimensión del sistema.

Y finalmente se define una distribución de observabilidad como:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = span\left\{ \frac{\partial \varnothing_1}{\partial x}, \frac{\partial \varnothing_2}{\partial x}, \cdots, \frac{\partial \varnothing_n}{\partial x} \right\} \qquad (9)$$

De forma más general se tiene entonces:

$$d\vartheta = span\left\{ \frac{\partial \varnothing}{\partial x} / \varnothing \in \vartheta \right\} \qquad (10)$$

De donde ø es cada uno de los elementos de (8) Teniendo en cuenta la dimensión de la distribución de observabilidad $d\vartheta$ se tiene entonces el siguiente teorema (Nijmeijer y Van der Schaft 1990)

Teorema: *Se dice que el sistema (3) es observable si y solo sí* $\dim(d\vartheta) = n$.

Corolario: *Dado que* $d\vartheta$ *puede o no depender de* $x(t)$, *del teorema se puede obtener que el sistema (3) sea observable solo local o globalmente dependiendo de las restricciones que pueda imponer* $d\vartheta$ *sobre los valores que pueda tomar* $x(t)$.

Aplicando el proceso anterior para el sistema lineal (4) se puede llegar a que la distribución de observabilidad es exactamente la mostrada en (5). De lo cual se puede concluir que el análisis de observabilidad no lineal es simplemente una generalización del caso lineal.

3.2. Análisis de observabilidad para el bioproceso

Como se ha mencionado antes, dado que el bioproceso que se está trabajando en este artículo es un proceso por lotes se ha optado por llevar a cabo todo el análisis y diseño del observador de forma no lineal.

Haciendo uso de la herramienta vista en la subsección anterior, las derivadas de Lie, a continuación se muestra el análisis de observabilidad que se hizo para el caso de estudio cuando la variable medida es x_4 (temperatura), aunque realmente debe hacerse un análisis para todas las combinaciones posibles de variables medidas, para verificar en qué casos el sistema es observable como se verá más adelante:

Sean:

$h(x) = x_4$

f(x)=conjuto de ecuaciones mostradas en (1)

Las derivadas de Lie para el bioproceso que es de cuarto orden vienen dadas por:

$$L_f{}^1 h(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\right) f(\mathbf{x}) = m_1(x) \quad (11)$$

$$L_f{}^2 h(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial m_1(x)}{\partial \mathbf{x}}\right) f(\mathbf{x}) = m_2(x) \quad (12)$$

$$L_f{}^3 h(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial m_2(x)}{\partial \mathbf{x}}\right) f(\mathbf{x}) = m_3(x) \quad (13)$$

El espacio de observación $d\vartheta$ resultante es entonces:

$$\vartheta = span\left[h(\mathbf{x}) \quad L_f h(\mathbf{x}) \quad L_f{}^2 h(\mathbf{x}) \quad L_f{}^3 h(\mathbf{x}) \right]^T$$

$$\vartheta = span\left[x_4 \quad \mathrm{m}_1(\mathbf{x}) \quad \mathrm{m}_2(\mathbf{x}) \quad \mathrm{m}_3(\mathbf{x}) \right]^T \quad (14)$$

De donde finalmente se obtiene que la distribución de observabilidad está dada por:

$$d\vartheta = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_4}{\partial x_1} & \frac{\partial x_4}{\partial x_2} & \frac{\partial x_4}{\partial x_3} & \frac{\partial x_4}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \mathrm{m}_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathrm{m}_1(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial \mathrm{m}_1(\mathbf{x})}{\partial x_3} & \frac{\partial \mathrm{m}_1(\mathbf{x})}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \mathrm{m}_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathrm{m}_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial \mathrm{m}_2(\mathbf{x})}{\partial x_3} & \frac{\partial \mathrm{m}_2(\mathbf{x})}{\partial x_4} \\ \frac{\partial \mathrm{m}_3(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathrm{m}_3(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial \mathrm{m}_3(\mathbf{x})}{\partial x_3} & \frac{\partial \mathrm{m}_3(\mathbf{x})}{\partial x_4} \end{bmatrix} \quad (15)$$

De manera similar se hizo el análisis para las demás variables del sistema. En las filas de la tabla 1 se muestran los diferentes casos analizados, el dato de la última fila corresponde al rango que toma la distribución de observabilidad $d\vartheta$ para cada caso, y como se mencionó antes, sólo cuando este rango es igual a *n* se dice que el sistema es observable, siendo *n* la dimensión del sistema que para este caso es 4.

Tabla 2. Análisis de observabilidad

Estados	ESTADOS MEDIDOS													
X1=X				•			•		•	•		•	•	•
X2=P			•			•		•		•	•		•	•
X3=S		•			•			•	•		•	•	•	
X4=T	•				•	•	•				•	•		•
Rango	2	2	2	1	3	3	2	3	2	2	4	3	3	3

De la tabla 2 se puede apreciar que la única forma en que el sistema es observable es cuando se miden el producto (P), el sustrato (S) y la temperatura (T) y se estima la biomasa (X); y con base en este resultado en la sección siguiente se presenta el diseño del observador como tal. Para cualquier otra combinación diferente se puede ver que la distribución de observabilidad presenta una pérdida de rango por lo cual es no observable para las demás condiciones. Adicionalmente, cabe resaltar que la condición bajo la cual el sistema resulta ser observable es una condición de observabilidad global; es decir, que sin importar los valores que tomen los estados, el sistema siempre será observable.

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR ASINTÓTICO

A continuación se presenta el diseño del observador asintótico, para la estimación de biomasa en un bioproceso para el cual se tiene un modelo con unas características particulares que más adelante se describen (Dochain 2003).

4.1. Estructura básica de un observador asintótico para un bioproceso

La idea principal en la cual se apoya un observador asintótico es en aprovechar el modelo del proceso para reescribirlo de manera total o parcial de tal forma que se pueda eliminar la dependencia de los términos con alto grado de incertidumbre. Para este caso, la cinética de reacción es el parámetro con dicha característica de incertidumbre (Dochain 2003).

En Dochain 2003 se propone un tipo de estructura que de forma simplificada se muestra en (16) y (17), a la cual se debe asemejar el modelo del bioproceso para poder implementar el observador asintótico. En esta estructura se hace una separación de x_1 y x_2 que son las variables medibles y no medibles respectivamente.

$$\frac{dx_1}{dt} = A_1 \cdot r(x) - B \cdot x_1 \qquad (16)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = A_2 \cdot r(x) - B \cdot x_2 \qquad (17)$$

Donde A_1, A_2 y B son vectores de constantes propias del modelo y $r(x)$ es el parámetro incierto.

Partiendo de (16) y (17) se propone una transformación por medio de una variable auxiliar como se muestra en (18):

$$z = x_2 - A_2 A_1^{-1} x_1 \qquad (18)$$

Utilizando esta transformación se llega a:

$$\dot{z} = -B \cdot z \qquad (19)$$

Por lo que la dinámica del observador, viene dada por:

$$\dot{\hat{z}} = -B \cdot \hat{z} \qquad (20)$$

De la ecuación (18) se obtiene:

$$\hat{z} = x_2 - A_2 A_1^{-1} \hat{x}_1 \qquad (21)$$

A partir de (21) e integrando la ecuación (20) se obtiene la expresión completa para el observador:

$$\hat{x}_1 = (x_2 - \hat{z}) A_2^{-1} A_1 \qquad (22)$$

En la cual se puede ver una de las grandes ventajas que antes se mencionó del observador asintótico y es el hecho de eliminar la dependencia del parámetro incierto.

Finalmente se tiene que la dinámica del error viene dada por la siguiente expresión:

$$\dot{e}_z = -B \cdot e_z \qquad (23)$$

Nótese que la dinámica del error para este observador es asintóticamente estable, es decir que se puede asegurar su convergencia.

Un observador asintótico como el que aquí se muestra tiene la ventaja de que logra hacerse independiente del parámetro que introduce incertidumbre, y por más que este cambie en el tiempo, la estimación del observador no se verá afectada. Pero contrario a esto también posee una desventaja y es el hecho de que no tiene ningún parámetro de ajuste, para aumentar o disminuir su ganancia; es decir, es un observador en lazo abierto sin factor de corrección, lo que significa que si hay algún error en la estimación será difícil realizar algún tipo de corrección que permita reducir tal error.

4.2. Diseño del observador asintótico para la estimación de biomasa en el biorreactor

Luego de analizar detenidamente las ecuaciones que conforman el modelo del bioproceso que en este artículo se ha venido trabajando se puede determinar que las ecuaciones que más se asemejan a las expresiones mostradas en (16) y (17) son:

$$\dot{x}_1 = \mu \cdot x_1 - k_d \cdot x_1 \qquad (24)$$

$$\dot{x}_2 = \left(\frac{Y_{ps}}{Y_{xs}}\right)\mu \cdot x_1 - k_d \cdot x_2 \qquad (25)$$

Claramente se puede ver la semejanza que existe entre la estructura presentada antes y las ecuaciones (24) y (25). Aunque en este caso para lograr la similitud se debe considerar como parámetro el producto $\mu \cdot x_1$, donde μ es el parámetro incierto, y x_1 es justamente la variable a estimar.

Ahora partiendo de (24) y (25), y con base en (18) se obtiene la siguiente transformación y su respectiva derivada:

$$z = x_2 - \left(\frac{Y_{ps}}{Y_{xs}}\right)x_1$$

$$\dot{z} = \dot{x}_2 - \left(\frac{Y_{ps}}{Y_{xs}}\right)\dot{x}_1 \qquad (26)$$

Reemplazando (24) y (25) en (26) se llega a:

$$\dot{z} = -k_d \cdot z \qquad (27)$$

Con esta nueva variable auxiliar *z*, se define la dinámica del error como:

$$\dot{e}_z = \dot{z} - \dot{\hat{z}}$$

$$\dot{e}_z = -k_d \cdot e_z \qquad (28)$$

Teniendo en cuenta las anteriores deducciones se llega a un observador cuyas expresiones finalmente están dadas por:

$$\hat{x}_1 = (x_2 - \hat{z})\left(\frac{Y_{xs}}{Y_{ps}}\right) \qquad (29)$$

$$\dot{\hat{z}} = -k_d \cdot \hat{z} \qquad (30)$$

($\hat{z}$ se obtiene integrando la expresion (30))

5. SIMULACIONES Y RESULTADOS

Al llevar a cabo las respectivas simulaciones del observador diseñado en la sección 4, se obtuvieron buenos resultados en lo que a convergencia se refiere. En la figura 2 se observan tanto el valor real del estado como su estimación, y se puede ver que desde un principio el observador logra converger.

También se realizaron simulaciones para poner a prueba la convergencia del observador cuando el sistema es sometido a perturbaciones como las que se muestran en la tabla 3, y se obtuvo la

respuesta mostrada en la figura 3 en la cual se observa que el error es mínimo a pesar de las perturbaciones aplicadas.

Tabla 3. Perturbaciones aplicadas

Tiempo en que se aplica (s)	Perturbación
20000	X(0) *90 %
30000	P (0) * 90 %
40000	S(0) * 90 %
50000	T (0) * 90 %

A pesar de que la respuesta del estimador es buena, se debe mencionar también que este observador es sensible a los cambios en la condición inicial. Como se puede apreciar en la figura 4, cuando se cambia la condición inicial del estimador, este no logra converger debido a que no tiene un factor de corrección que haga que el error tienda a cero. Pero teniendo en cuenta que el objetivo de un observador es justamente hacer estimaciones en línea, se puede determinar dicha condición inicial mediante algunas pruebas de laboratorio para así poder garantizar en gran parte la convergencia, aun con cierto rango de perturbaciones admisibles aplicadas al sistema.

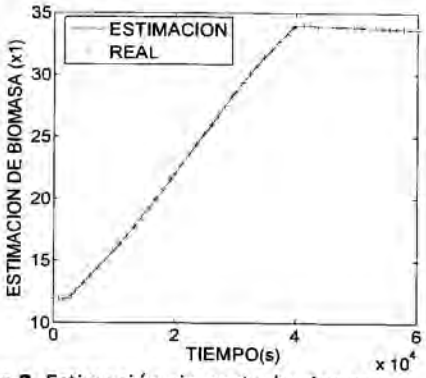


Figura 2. Estimación sin perturbaciones

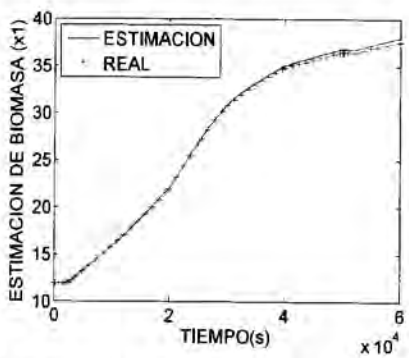


Figura 3. Estimación con perturbaciones

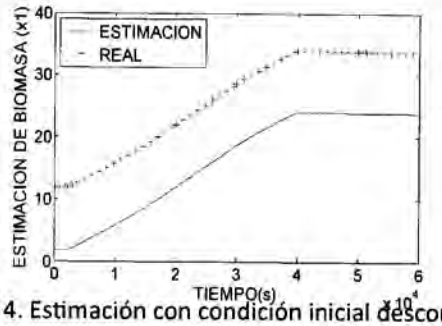


Figura 4. Estimación con condición inicial desconocida

6. CONCLUSIONES.

Las derivadas de Lie constituyen una de las herramientas más fuertes para verificar observabilidad en sistemas no lineales. Y además de esto, es un procedimiento que puede ser fácilmente implementado en un software como Matlab para hacer dicha verificación de forma rápida.

De la estructura del observador asintótico diseñado se puede apreciar claramente que la convergencia de la estimación de la biomasa presenta un alto grado de inmunidad a las perturbaciones en las variables medidas y por ende también a las variaciones en el parámetro μ que está fuertemente ligado a las dinámicas de todos los estados.

A pesar de que en los procesos por lotes resulta más complicada la implementación de observadores, puede apreciarse que con algo más de manipulaciones matemáticas puede diseñarse un observador con una buena convergencia.

REFERENCIAS

Arcila, V. (2010) Control predictivo basado en modelo no lineal para la producción de etanol mediante levadura. *Tesis de pregrado.*

Ingeniería de control. Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín.

Botero, H.; Álvarez, H. (2009) Una revisión de los métodos más frecuentes para la estimación del estado en procesos químicos. *Dyna. Vol 158. pp 135-146, Medellín, Colombia.*

Dochain, D. (2003) State and parameter estimation in chemical and biochemical processes: a tutorial. *Elseiver. Vol 13. Pp 801-818.*

Domínguez, S.; Campoy, P.; y Jiménez, A. (2006) Control en el espacio de estados. Pearson Prentice Hall, Madrid, España.

Fairman, F (1998) Linear Control Theory. The State Space Approach. John Wiley & Sons, England.

Farza, M.; Hammouri H.; Othman, S.; Busawon, K. (1997) Nonlinear observers for parameter estimation in bioprocesses. *Elseiver. Vol 52. pp 4251-4267, Villeurbanne cedex, Francia.*

Gómez, C; Calderón, Y; Álvarez, H. (2008) Construcción de modelos semifísicos de base fenomenológica. Caso proceso de fermentación. *Facultad de ciencias agropecuarias. Vol 6. pp 28- 39, Medellín, Colombia.*

Kheir, N.A (1996) Systems modeling and computer simulation. *Marcel Dekker, New York, U.S.A.*

Nijmeijer and Van der Schaft (1990) Nonlinear Dynamical Control Systems. *Springer-Verlag, New York.*

Perrier, M.; Feyo de Azevedo, S.; Ferreira, E. C.; Dochain, D.(1999) Tuning of observer-based estimators: theory and application to the on-line estimation of kinetic parameters. *Elseiver. Vol 8. pp 377-388.*

Sciascio, F.; Amicarelli A. N.(2008) Biomass estimation in batch biotechnological processes by Bayesian Gaussian process regression. *Elseiver. Vol 32. pp 3264-3273.*