

## CONTROLADORES PREALIMENTADOS Y REALIMENTADOS PARA SISTEMAS DE PRIMER ORDEN CON TIEMPO MUERTO Y GANANCIA VARIABLES

MARIO ALEJANDRO GIRALDO VÁSQUEZ

Universidad Nacional de Colombia, Calle 59A No 63 – 20, Medellín, Colombia. Grupo GAUNAL, magiraldovas@unal.edu.co

JULIÁN ALBERTO PATIÑO MURILLO

Universidad Nacional de Colombia, Calle 59A No 63 – 20, Medellín, Colombia, Grupo GAUNAL, japatin0@unalmed.edu.co

### RESUMEN

Este artículo describe el uso de controladores prealimentados para la compensación de perturbaciones medidas aplicadas en sistemas de primer orden. Se presenta un procedimiento para obtener los valores de los parámetros del controlador (ganancia y constante de tiempo) cuando existen cambios en los parámetros del modelo de la perturbación (ganancia variable y tiempo muerto). Los resultados de desempeño del esquema prealimentado se comparan con los de un controlador PID tradicional.

**Palabras clave:** Control prealimentado, perturbación, tiempo muerto, ganancia del controlador.

### ABSTRACT

This paper describes the use of feed forward controllers to compensate for measured disturbances in first order systems. A procedure to design the controller parameters (gain and time constant) when there are changes in the disturbance variables (variable gain and dead time) is presented. The controller performance results are compared against a PID feedback controller.

**Keywords:** Feed forward control, measured disturbance, dead time, controller gain.

### 1. INTRODUCCIÓN

La implementación combinada de control prealimentado y realimentado puede mejorar el desempeño de un simple control realimentado siempre y cuando exista una perturbación que pueda medirse o estimarse antes de que afecte la salida del proceso. En una situación ideal, el control pre-alimentado elimina completamente el efecto de la perturbación en la salida del proceso. Aún cuando existan errores en el modelo, el control realimentado frecuentemente

puede reducir el efecto de la perturbación medida en la salida del proceso. Sin embargo, la decisión acerca de la implementación del control pre-alimentado depende de que el mejoramiento de la respuesta ante la perturbación justifique los costos adicionales de implementación y mantenimiento. Los beneficios económicos del control pre-alimentado provienen de menores costos de operación y/o de una mayor calidad en el producto.

A menudo se emplea el control pre-alimentado combinado con control realimentado debido a que éste último se requiere para detectar cambios en el valor de referencia (*setpoint*) y para minimizar la acción de perturbaciones no medidas.

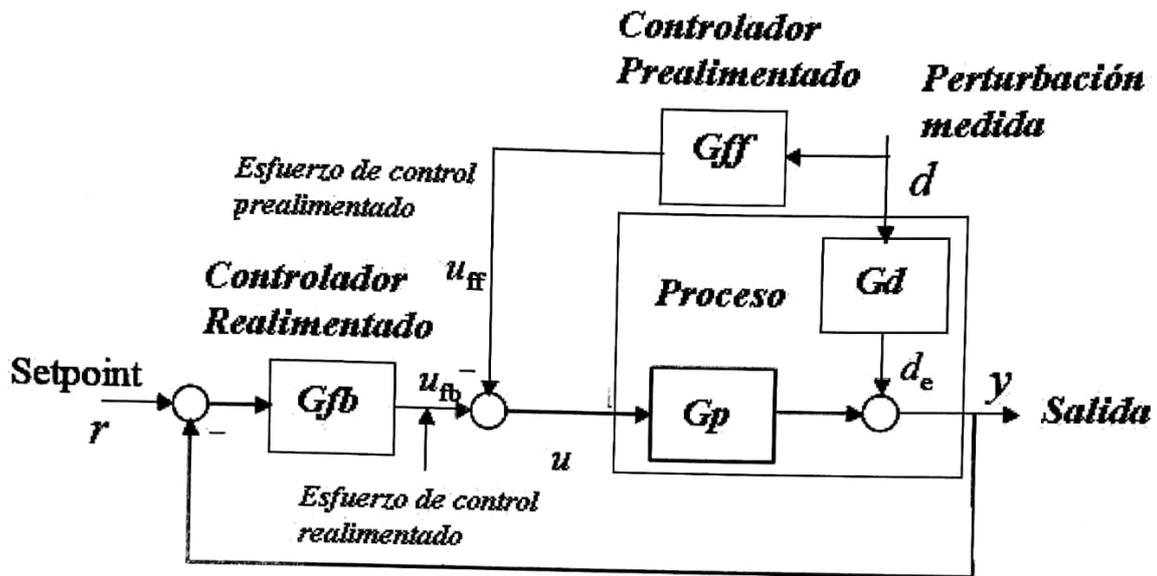


Fig.3. Estructura de control tradicional prealimentado/realimentado

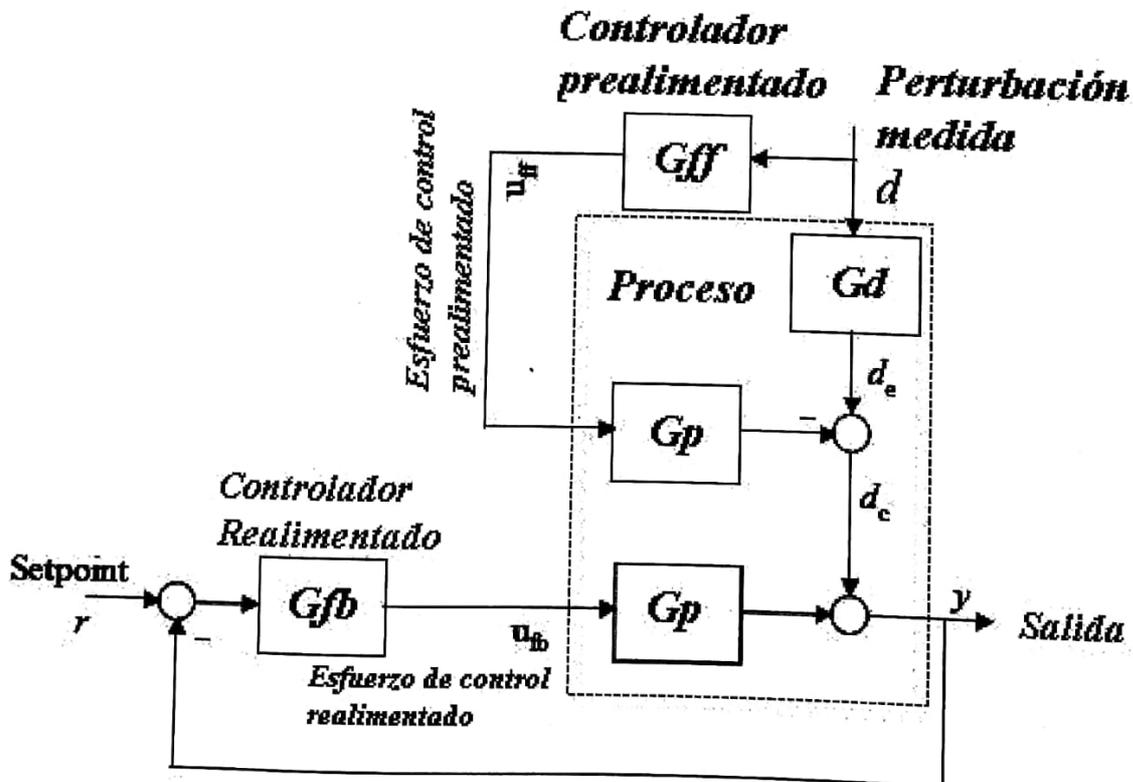


Fig.2. Diagrama de bloques equivalente a la estructura de la Figura 1.

La figura 1 muestra el diagrama de bloques tradicional de un sistema de control prealimentado / realimentado (Seborg et al., 2004). La figura 2 ilustra el mismo diagrama de bloques, pero modificado para mostrar claramente que la parte prealimentada del sistema de control no afecta la estabilidad del control realimentado, y que cada controlador puede diseñarse de manera independiente.

### 1.1. Diseño de controladores pre-alimentados

La función de transferencia entre la salida del proceso  $y$  y la perturbación medida  $d$  de la figura 2 es:

$$y(s) = \frac{d_c}{1 + G_{fb}G_p} = \frac{(G_d - G_p G_{ff})d}{1 + G_{fb}G_p} \quad (1)$$

Para eliminar el efecto de la perturbación medida se necesita escoger  $G_{ff}$  tal que

$$G_d - G_p G_{ff} = 0 \quad (2)$$

Si el tiempo muerto y el orden relativo de  $G_d$  son mucho más grandes que los de  $G_p$ , y  $G_p$  no tiene ceros en el semiplano derecho, entonces puede escogerse  $G_{ff}$  tal que

$$G_{ff} = G_d / G_p \quad (3)$$

Aún en el caso anterior, donde el controlador pre-alimentado puede compensar perfectamente la perturbación medida, puede llegar a ser inconveniente la implementación de un controlador pre-alimentado bajo ciertas condiciones; por ejemplo, cuando el proceso puede aproximarse hacia un sistema de fase mínima (un sistema que no contiene tiempo muerto o ceros en el semiplano derecho). En este caso, usualmente, es posible diseñar un controlador PID para suprimir las perturbaciones efectivamente, de tal manera que no se obtiene

un beneficio apreciable con un control prealimentado debido a la sencillez del PID (Morari y Zafiriou, 1989).

## 2. EFECTOS DE LAS VARIACIONES EN LOS PARÁMETROS DE LA PERTURBACIÓN

### 2.1. Variaciones en la ganancia.

Variaciones de ganancia en alguno o en ambos  $G_p(s)$  y  $G_d(s)$  pueden resultar en un valor diferente de cero para el efecto de estado estacionario de la perturbación compensada  $d_c$  sobre la salida del proceso. La ganancia del controlador prealimentado  $K_f$  debe escogerse de tal manera que minimice alguno de los siguientes criterios: la magnitud máxima de la perturbación compensada en estado estacionario  $d_c(\infty)$  o la relación entre perturbación compensada y descompensada  $d_c(\infty)/d_e(\infty)$ . Matemáticamente, el problema puede expresarse como

$$d_c(\infty)_{opt} = \min_{K_f} \max_{K_p, K_d} |K_d - K_p K_f| \quad (4)$$

$$\text{ó} \\ (d_c(\infty)/d_e(\infty))_{opt} = \min_{K_f} \max_{K_p, K_d} |1 - K_p K_f / K_d| \quad (5)$$

Los máximos en las ecuaciones (4) y (5) ocurren simultáneamente cuando  $K_d$  es máxima y  $K_p$  mínima, o cuando  $K_p$  es máxima y  $K_d$  mínima. Los valores de  $K_f$  que minimizan estos máximos son los valores que igualan los valores de los dos extremos; es decir, para la ecuación (4)

$$(K_f)_{opt} = \frac{\left( \frac{\max(K_d) + \min(K_d)}{2} \right)}{\left( \frac{\max(K_p) + \min(K_p)}{2} \right)}, \quad (6) \\ = (K_d)_{prom} / (K_p)_{prom}$$

Y para la ecuación (5),

$$(K_f)_{opt} = \left( \frac{\max(K_p/K_d) + \min(K_p/K_d)}{2} \right)^{-1} = (K_p/K_d)_{prom}^{-1} \quad (7)$$

La ganancia para el controlador prealimentado dada por la ecuación (7) asegura que la magnitud del efecto de la perturbación compensada  $d_c(\infty)$  siempre es menor que la magnitud del efecto de la perturbación sin compensación  $d_e(\infty)$ . Esto es, que la acción del controlador prealimentado mejora la respuesta de salida en comparación con la que se obtiene sin la presencia del control prealimentado. Sin embargo, esta forma de obtención de la ganancia del controlador prealimentado también muestra la misma mejoría relativa si la relación  $(K_p/K_d)$  está en su máximo o en su mínimo, y este comportamiento tiende a amplificar el efecto de valores grandes de  $(K_p/K_d)$  en la salida. Por otro lado, la  $K_f$  dada en la ecuación (7) puede causar que los efectos de la perturbación compensada sean peores que los de la perturbación sin compensación en ciertas situaciones.

### 2.2. Variaciones en el tiempo muerto

La intención es considerar el efecto de las variaciones en el tiempo muerto en la selección de la constante de tiempo del controlador. Se asume que el tiempo muerto del proceso es del mismo orden, o mucho mayor que el tiempo muerto de la perturbación. Además, el orden relativo del proceso  $G_p(s)$  es el mismo que el de la función de transferencia de la perturbación  $G_d(s)$ , y todas las constantes de tiempo son conocidas exactamente. Entonces, la descripción del proceso está dada por

$$y(s) = KG_p(s)e^{-T_p s} u(s) + K_d G_d(s)e^{-T_d s} d(s) \quad (8)$$

Donde

$$G(0) = G_d(0) = 1, \quad \underline{T}_p < T_p < \bar{T}_p, \quad \underline{T}_d < T_d < \bar{T}_d,$$

$$\underline{K} < K < \bar{K}, \quad \underline{K}_d < K < \bar{K}_d$$

El controlador realimentado está dado por

$$G_f(s) = K_f G_d(s) e^{-\Delta s} / G_p(s), \quad (9)$$

donde  $\Delta$  es un parámetro que se requiere encontrar.

Substituyendo la ecuación (9) en la ecuación (4), se obtiene

$$d_c(s) = (K_d e^{-T_d s} - K K_f e^{-(T_p + \Delta)s}) G_d(s) d(s) \quad (10)$$

Cuando  $(T_d > T_p + \Delta)$ , la máxima magnitud de la integral de  $d_c(t)$  se alcanza cuando  $(T_d - (T_p + \Delta))$  es un máximo. Cuando  $(T_d < T_p + \Delta)$ , la máxima magnitud de la integral de  $d_c(t)$  se alcanza cuando  $((T_p + \Delta) - T_d)$  es un máximo. Escogiendo  $\Delta$  de manera que ambos máximos sean iguales,

$$\Delta = \frac{(\bar{T}_d + \underline{T}_d) - (\bar{T}_p + \underline{T}_p)}{2} = (T_d)_{prom} - (T_p)_{prom} \quad (11)$$

## 3. CASOS DE APLICACIÓN

### 3.1. Proceso y perturbación con tiempo muerto y ganancia similares

$$G_p(s) = K_p e^{-T_p s} / (s+1); \quad K_p, T_p \in [0.8, 1.2] \quad (12a)$$

$$G_d(s) = K_d e^{-T_d s} / (4s+1); \quad K_d, T_d \in [0.8, 1.2] \quad (12b)$$

$$G_f(s) = K_f e^{-\Delta s} (s+1) / (4s+1) \quad (12c)$$

El controlador pre-alimentado dado por la ecuación (12c) posee un tiempo muerto de cero ( $\Delta=0$ ), dado que la diferencia entre  $(T_d)_{prom}$  y  $(T_p)_{prom}$  es nula (ver ecuación 11).

Las figuras 3 y 4 muestran respuestas para los valores límites de los parámetros de las funciones de transferencia del proceso, ante la acción del controlador prealimentado únicamente, y utilizando las ecuaciones de ganancia realimentada dadas en (6) y (7). Nótese que para una  $K_p = 0.8$  y una  $K_d = 1.2$ , la ganancia del controlador dada por la ecuación (6) ofrece una mejor respuesta. Sin embargo, cuando los valores de ganancia se invierten ( $K_d = 0.8$  y una  $K_p = 1.2$ ), la ganancia del controlador obtenida con la ecuación (7) genera una mejor respuesta.

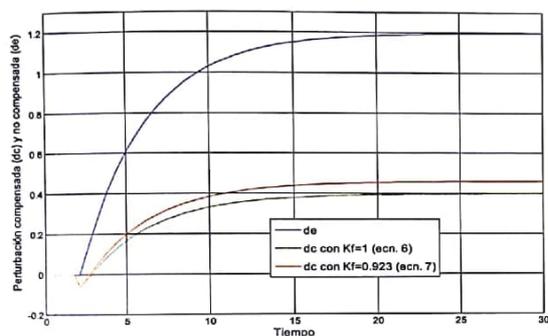


Fig.3. Respuestas del controlador prealimentado ante una perturbación de escalón unitario para  $K_d=1.2$ ,  $K_p=0.8$ ,  $T_d=1.2$ ,  $T_p=3$ .

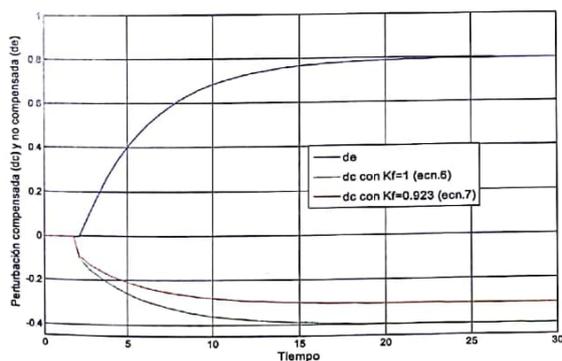


Fig.4. Respuestas del controlador prealimentado ante una perturbación de escalón unitario para  $K_d=0.8$ ,  $K_p=1.2$ ,  $T_d=1.2$ ,  $T_p=3$ .

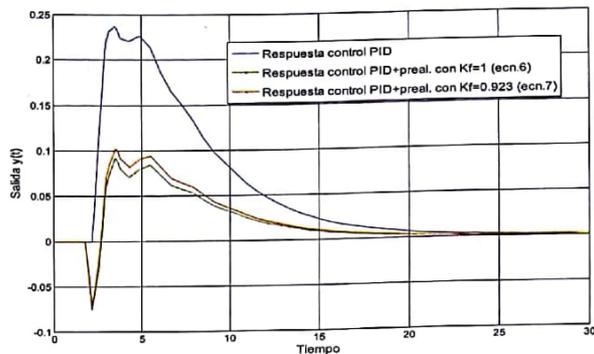


Fig.5. Respuestas del controlador PID y del controlador prealimentado/realimentado ante una perturbación de escalón unitario para  $K_d=1.2$ ,  $K_p=0.8$ ,  $T_d=1.2$ ,  $T_p=8$ .

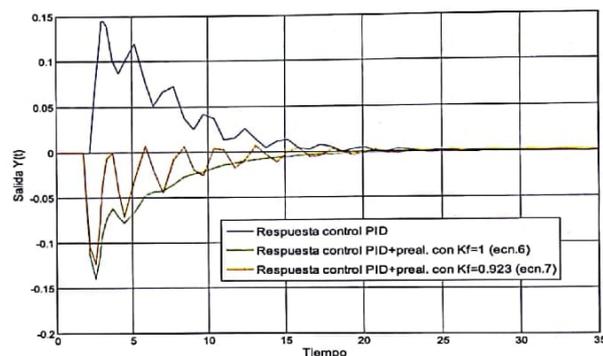


Fig.6. Respuestas del controlador PID y del controlador prealimentado/realimentado ante una perturbación de escalón unitario para  $K_d=0.8$ ,  $K_p=1.2$ ,  $T_d=1.2$ ,  $T_p=8$ .

Las figuras 5 y 6 muestran las respuestas del sistema con controlador realimentado únicamente y con controlador combinado correspondientes a las perturbaciones de las figuras 3 y 4. El controlador realimentado es un PID cuyos parámetros fueron obtenidos mediante el criterio de Ziegler Nichols, y que tiene por ecuación:

$$PID = 1.5 + 0.9375/s + 0.6s \quad (13)$$

Es claro que la respuesta del controlador combinado mejora la respuesta del controlador PID gracias a la posibilidad de anticiparse a



la corrección de la perturbación. Además, las respuestas presentan poca variación independientemente del método que se haya utilizado para encontrar la ganancia  $K_f$  del controlador prealimentado.

#### 4. CONCLUSIONES

Un controlador combinado prealimentado - realimentado siempre mejorará el desempeño de un sistema de control realimentado, independientemente de la incertidumbre del proceso, siempre y cuando la perturbación medida no entre directamente (es decir, con una función de transferencia unitaria) en la salida del proceso. Sin embargo, como podría esperarse, mientras mayor es la incertidumbre del proceso, menor es el potencial de mejoría en la respuesta para procesos en los extremos de los rangos de incertidumbre.

Cuando el tiempo muerto entre la perturbación medida y la salida es mucho mas grande que el tiempo muerto entre el control y la salida, entonces el controlador prealimentado debe diseñarse de tal manera que la diferencia entre los tiempos muertos sea incluida en el controlador.

Las dos ecuaciones de ganancia del controlador prealimentado que se presentaron ofrecen similares resultados de operación. Queda a discreción del diseñador la utilización de una o de otra en el desarrollo de controladores prealimentados o controladores combinados.

#### 5. REFERENCIAS

Astrom, K. y Hagglund, T. (2006). *Advanced PID control*. Instrumentation, Systems and Automation Society, Research Triangle Park, NC.

Brosilow, C. y Joseph, B. (2002). *Techniques of*

*Model-Based Control*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Morari, M. y Zafiriou, E. (1989). *Robust Process Control*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Ogata, K. (1998). *Ingeniería de Control moderna*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Seborg, D.E., Edgar, T.F. y Mellichamp, D. (2004). *Process Dynamics and Systems*. Wiley, New York, NY.

Smith, C. y Corripio, A.B. (1985). *Principles and Practice of Automatic Process Control*. John Wiley and Sons, New York, NY.