

TECNOLOGÍA

Caracterización de materiales en microondas

S. A. Jaramillo Flórez*, J.L. Sebastián, M. Sancho, S. Muñoz y J. M. Miranda
Departamento de Física Aplicada III - Facultad de Ciencias Físicas Universidad Complutense de Madrid
Ciudad Universitaria S/N - 28040 Madrid, España

Resumen

Basado en los parámetros de scattering S_{11} y S_{21} medidos experimentalmente, se hace una estimación de la permitividad dieléctrica de una muestra dentro de una guía de ondas rectangular, utilizando el análisis modal y relaciones integrales.

Análisis modal y ecuaciones integrales

La Fig. 1 corresponde a la sección transversal de una guía de ondas rectangular a la que se le ha introducido en su centro una muestra de material. En la región I el campo eléctrico es el resultado de la superposición del modo incidente TE_{10} y los modos reflejados TE_{m0} . Las intensidades del campo eléctrico E_{yI} , E_{yII} y E_{yIII} en las regiones I, II y III pueden escribirse [1]:

$$E_{yI} = \phi_1 \exp(-\gamma_1 z) + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \phi_m \exp(\gamma_m z) \quad (1)$$

$$E_{yII} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \psi_n \exp(-\Gamma_n z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \psi_n \exp(\Gamma_n z) \quad (2)$$

$$E_{yIII} = \sum_{m=1}^{\infty} T_m \phi_m \exp(-\gamma_m z) \quad (3)$$

$$\gamma_1 = j(k_0^2 - (\pi/a)^2)^{1/2} \quad (4)$$

$$\gamma_m = ((m\pi/a)^2 - k_0^2)^{1/2}, \quad m=2,3,\dots \quad (5)$$

$$\phi_m = (2/a)^{1/2} \sin(m\pi x/a), \quad m=1,2,\dots \quad (6)$$

$$k_0 = \omega(\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} = 2\pi/\lambda_0 \quad (7)$$

k_0 , ϵ_0 , μ_0 y λ_0 son el número de onda, la permitividad dieléctrica, la permeabilidad magnética y la longitud de onda en el espacio libre, respectivamente. ω es la frecuencia angular y ϵ_r la permitividad dieléctrica del material. a es el ancho de la base de la guía, d es la distancia desde los bordes laterales de la muestra

rectangular centrada hasta las paredes laterales de la guía, y b es el espesor del material, ϕ_m es la función trigonométrica normalizada. R_m y T_m son la amplitud de la onda reflejada y transmitida del modo TE_{m0} , respectivamente. γ_m es la constante de propagación del modo m , ψ_n son las funciones modales transversales y Γ_n se encuentra resolviendo la ecuación característica:

$$\begin{aligned} & (k_0^2 \epsilon_r + \Gamma_n^2) / [1 - \tan^2[(k_0^2 + \Gamma_n^2)^{1/2} d]] + \\ & 2[(k_0^2 \epsilon_r + \Gamma_n^2)(k_0^2 + \Gamma_n^2)]^{1/2} \tan[(k_0^2 + \Gamma_n^2)^{1/2} d] / \\ & \tan[(k_0^2 \epsilon_r + \Gamma_n^2)^{1/2} b] = k_0^2 (\epsilon_r - 1) \end{aligned} \quad (8)$$

Para cada valor de ϵ_r se tendrá como solución Γ_n , las n raíces de (8), que son las constantes de propagación de los modos TE_{n0} en la región II. Los coeficientes de reflexión R_m y de transmisión T_m se obtienen con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} R_m = & \sum_{n=1}^{\infty} A_n [1 - (\Gamma_n/\gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(\Gamma_n L) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} B_n [1 + (\Gamma_n/\gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(-\Gamma_n L) + \\ & (1/2) \delta_{1m} (1 - \gamma_1/\gamma_m) \exp[(\gamma_1 + \gamma_m)L]; \quad m \geq n \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} T_m = & \sum_{n=1}^{\infty} A_n [1 + (\Gamma_n/\gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(-\Gamma_n L) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} B_n [1 - (\Gamma_n/\gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(\Gamma_n L) \end{aligned} \quad (10)$$

donde δ_{lm} es la función delta de Kronecker, $2L$ es la longitud total de la muestra y P_{mn} se encuentra con:

$$P_{mn} = \int_0^a \phi_m(x) \psi_n(x) dx \quad (11)$$

Las ecuaciones (9) y (10) se obtienen al aplicar las condiciones de frontera para las intensidades de los campos eléctricos E_x y magnéticos H_x tangenciales entre las regiones I y II y entre II y III, utilizando el análisis modal para discontinuidades en guías de onda [2]. A_n y B_n se encuentran con (12) y (13):

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_n (1 + \Gamma_n / \gamma_m) P_{mn} \exp(\Gamma_n L) + \sum_{m=1}^{\infty} B_n (1 - \Gamma_n / \gamma_m) P_{mn} \exp(-\Gamma_n L) = 2 \delta_{1m} \exp(\gamma_1 L) \quad (12)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_n (1 - \Gamma_n / \gamma_m) P_{mn} \exp(-\Gamma_n L) + \sum_{m=1}^{\infty} B_n (1 + \Gamma_n / \gamma_m) P_{mn} \exp(\Gamma_n L) = 0 \quad (13)$$

Cálculo de la permitividad dieléctrica

Combinando (12) y (13) se llega a:

$$[M_{mn}] \cdot [C_n] = 2 \delta_{1m} \exp(\gamma_1 L) \quad (14)$$

donde $C_n = A_n + B_n$. $[M_{mn}]$ es una matriz de m por n elementos dados por:

$$M_{mn} = P_{mn} [(1 + \Gamma_n / \gamma_m) \exp(\Gamma_n L) + (1 - \Gamma_n / \gamma_m) \exp(-\Gamma_n L)] \quad (15)$$

Los valores de A_n , B_n y C_n obtenidos corresponden a un valor de la permitividad dieléctrica compleja del material, ϵ_r :

$$\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0 = (\epsilon' - j\epsilon'') / \epsilon_0 = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' = \epsilon_r' - j\sigma_m / \epsilon_0 \omega \quad (16)$$

donde ϵ_r' y $\epsilon_r'' = \sigma_m / \epsilon_0 \omega$ son sus componentes real e imaginaria, respectivamente, siendo σ_m la conductividad eléctrica del material biológico introducido dentro de la guía de onda. Las soluciones complejas de (8), Γ_n , conjuntamente con los vectores A_n , B_n y con (11), permiten calcular los coeficientes de reflexión R_m y de transmisión T_m con (9) y (10) respectivamente y, haciendo $m=1$, a $R_1=S_{11}$ y a $T_1=S_{21}$ del modo TE_{10} , para un valor de ϵ_r . Los resultados mostrados en las Figs. 2 y 3, dados para una frecuencia de 9,375 GHz en una guía de ondas WR90, con $2L=0,2a$ y $b=0,8a$, se aproximan apreciablemente a los obtenidos en la literatura.

Caracterización de materiales en microondas

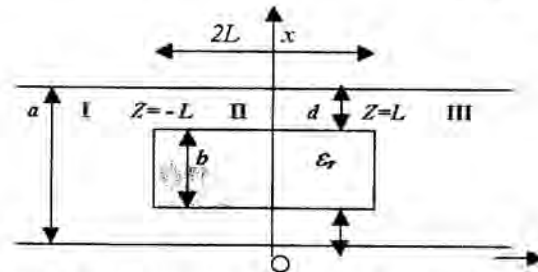


Figura 1. Dimensiones de la guía y de la muestra

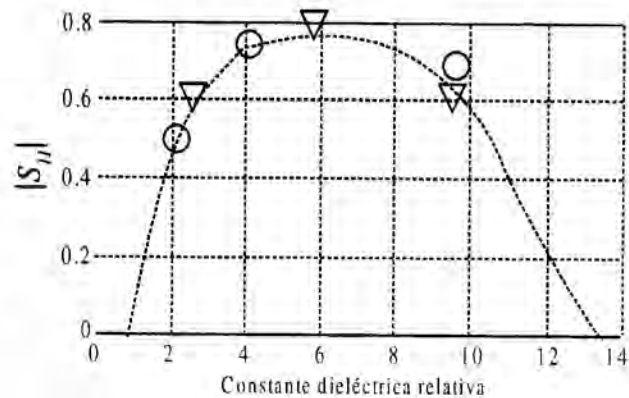


Figura 2. $|S_{11}| \rightarrow \nabla$, [3] $\rightarrow \circ$ y [4] $\rightarrow \nabla$.

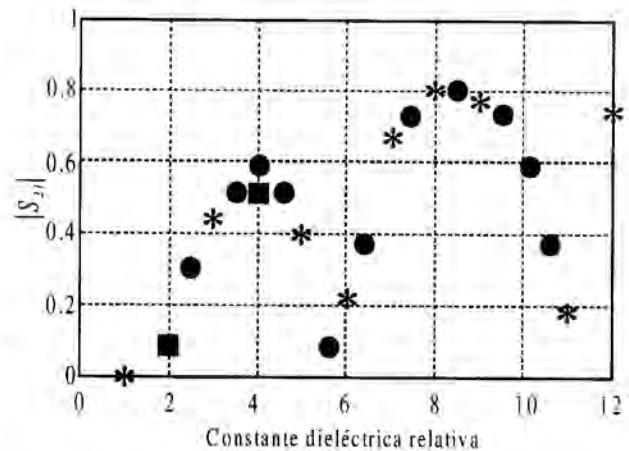


Figura 3. $|S_{21}| \rightarrow *$, [3] $\rightarrow \blacksquare$ y [4] $\rightarrow \bullet$.

Conclusiones

Se ha presentado un método para caracterización dieléctrica de materiales a frecuencias de microondas. Este puede extenderse para diseñar tejidos biológicos fantasma con estructura multicapa, para diagnosticar valores de ϵ de materiales y tejidos, para diseñar filtros a frecuencias de microondas y para determinar la permeabilidad de muestras cuando estas tienen propiedades magnéticas ($\mu_r \neq 1$).

Tecnología

Agradecimientos

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la Universidad Pontificia Bolivariana y por COLCIENCIAS de Colombia.

Referencias

- [1] Abdulnour J. y Marchildon L., "Scattering by a dielectric obstacle in a rectangular waveguide", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **41**, 1988-1994 (1993).
- [2] Wexler A., "Solution of waveguide discontinuities by modal analysis", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **15**, 508-517 (1967).
- [3] Ise K. y Koshihara M., "Numerical analysis of H-plane waveguide junction" with dielectric posts by combination of finite and boundary elements", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **34**, 103-109 (1986).
- [4] Siakavara K. y Sahalos J.N., "The Discontinuity Problem of Rectangular Dielectric Post in a Rectangular Waveguide", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **39**, 1617-1622 (1991).